



Deporte y salud cardiovascular

Estudiar la relación entre el **tiempo de ejercicio diario (X, en minutos)** y la **frecuencia cardíaca en reposo (Y, pulsaciones por minuto)**.

Datos: Se ha analizado a un grupo de $N = 20$ personas.

X\Y	60	70	80	Total n_i
20 min	1	2	4	7
40 min	2	3	1	6
60 min	5	2	0	7
Total n_j	8	7	5	20



Resolución

1. Distribuciones Marginales y Medias

Marginal de X (Tiempo de ejercicio):

$$\bullet \quad \bar{x} = \frac{\sum x_i \cdot n_i}{N} = \frac{(20 \cdot 7) + (40 \cdot 6) + (60 \cdot 7)}{20} = \frac{140 + 240 + 420}{20} = 40 \text{ min}$$

Marginal de Y (Pulsaciones):

$$\bullet \quad \bar{y} = \frac{\sum y_j \cdot n_j}{N} = \frac{(60 \cdot 8) + (70 \cdot 7) + (80 \cdot 5)}{20} = \frac{480 + 490 + 400}{20} = 68,5 \text{ ppm}$$

2. Varianzas y Desviaciones Típicas

Varianza de X :

$$\begin{aligned} \bullet \quad \sigma_x^2 &= \frac{\sum x_i^2 \cdot n_i}{N} - \bar{x}^2 = \frac{(400 \cdot 7) + (1600 \cdot 6) + (3600 \cdot 7)}{20} - 40^2 \\ \bullet \quad \sigma_x^2 &= \frac{2800 + 9600 + 25200}{20} - 1600 = 1880 - 1600 = 280 \\ \bullet \quad \sigma_x &= \sqrt{280} = 16,73 \end{aligned}$$

Varianza de Y :

$$\begin{aligned} \bullet \quad \sigma_y^2 &= \frac{\sum y_j^2 \cdot n_j}{N} - \bar{y}^2 = \frac{(3600 \cdot 8) + (4900 \cdot 7) + (6400 \cdot 5)}{20} - 68,5^2 \\ \bullet \quad \sigma_y^2 &= \frac{28800 + 34300 + 32000}{20} - 4692,25 = 4755 - 4692,25 = 62,75 \\ \bullet \quad \sigma_y &= \sqrt{62,75} = 7,92 \end{aligned}$$

3. Covarianza y Correlación

Covarianza (σ_{xy}):

Calculamos primero el sumatorio de los productos cruzados

$$\begin{aligned} \sum x_i y_j n_{ij} \\ (20 \cdot 60 \cdot 1) + (20 \cdot 70 \cdot 2) + (20 \cdot 80 \cdot 4) &= 1200 + 2800 + 6400 = 10400 \\ (40 \cdot 60 \cdot 2) + (40 \cdot 70 \cdot 3) + (40 \cdot 80 \cdot 1) &= 4800 + 8400 + 3200 = 16400 \\ (60 \cdot 60 \cdot 5) + (60 \cdot 70 \cdot 2) + (60 \cdot 80 \cdot 0) &= 18000 + 8400 + 0 = 26400 \end{aligned}$$

Total:

$$10400 + 16400 + 26400 = 53200$$



- $$\sigma_{xy} = \frac{\sum x_i y_j n_{ij}}{N} - \bar{x} \cdot \bar{y} = \frac{53200}{20} - (40 \cdot 68,5) = 2660 - 2740 = -80$$

Coeficiente de Correlación (r):

- $$r = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x \cdot \sigma_y} = \frac{-80}{16,73 \cdot 7,92} = -0,604$$

(Correlación negativa moderada).

4. Rectas de Regresión

Recta de Y sobre X :

- $$y - \bar{y} = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x^2}(x - \bar{x}) \implies y - 68,5 = \frac{-80}{280}(x - 40)$$
- $$y = -0,286x + 79,94$$

Recta de X sobre Y :

- $$x - \bar{x} = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_y^2}(y - \bar{y}) \implies x - 40 = \frac{-80}{62,75}(y - 68,5)$$
- $$x = -1,275y + 127,33$$

5. Distribución Marginal Condicionada

Pregunta: Distribución de las pulsaciones (Y) para los que entrenan 60 min ($x_3 = 60$):

- Para $x = 60$, tenemos: $y = 60$ ($n_{31} = 5$) e $y = 70$ ($n_{32} = 2$).
- Frecuencias relativas:

$$P(Y = 60|X = 60) = \frac{5}{7} = 0,71$$

$$P(Y = 70|X = 60) = \frac{2}{7} = 0,29$$