



## Examen de funciones

### 1. Calcula el dominio de las siguientes funciones:

- a)  
 $f(x) = -2x^3 + 5x - 1$
- b)  
 $g(x) = \frac{2x - 4}{3x - 9}$
- c)  
 $h(x) = \sqrt{20 - 4x}$
- d)  
 $k(x) = \sqrt{x^2 - 5x + 6}$

### 2. Estudia la simetría de las siguientes funciones:

- a)  
 $f(x) = \frac{x^2}{x^3 + x}$
- b)  
 $g(x) = 3x^4 - x^2 + 5$

### 3. Representa gráficamente la siguiente función definida a trozos y estudia su continuidad:

$$f(x) = \begin{cases} x + 3 & \text{si } x \leq -1 \\ x^2 - 1 & \text{si } -1 < x < 2 \\ 3 & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$$

4. Dadas las funciones  $f(x) = \frac{3x}{x+2}$  y  $g(x) = \frac{x-1}{x}$  Halla  $(g \circ f)(x)$ .

5. Dada la función racional  $f(x) = \frac{2x}{3x+4}$ , calcula su inversa  $f^{-1}(x)$  y comprueba que  $(f \circ f^{-1})(x) = x$ .

6. Representa gráficamente las funciones  $f(x) = 2^x$  y  $g(x) = \log_2 x$ .

Indica su dominio, recorrido, puntos de corte con los ejes y crecimiento. ¿Qué relación hay entre ellas?



**7. El coste de un servicio de mensajería depende de los kilómetros recorridos. Enviar un paquete a 20 km cuesta 5 € y a 50 km cuesta 11 €.**

- a) Halla la función lineal que expresa el coste en función de los km.
- b) Calcula por extrapolación el coste de un envío a 150 km.



## Solucionario

### 1. Dominios

- **a) Polinómica:** El dominio son todos los números reales.  
 $Dom(f) = \mathbb{R}$
- **b) Racional:** El denominador no puede ser cero.  
 $3x - 9 = 0 \implies x = 3, Dom(g) = \mathbb{R} \setminus \{3\}$ .
- **c) Irrracional (índice par):** El radicando debe ser  $\geq 0$ .  
 $20 - 4x \geq 0 \implies 20 \geq 4x \implies 5 \geq x, Dom(h) = (-\infty, 5]$ .
- **d) Irrracional (segundo grado):**  $x^2 - 5x + 6 \geq 0$ . Las raíces son  $x = 2, x = 3$ .  
Probando intervalos:  $Dom(k) = (-\infty, 2] \cup [3, +\infty)$ .

### 2. Simetría

- **a)** Sustituimos  $x$  por  $-x$ :  
$$f(-x) = \frac{(-x)^2}{(-x)^3 + (-x)} = \frac{x^2}{-x^3 - x} = -f(x)$$
. Es **Impar** (simetría respecto al origen).
- **b)**  
 $g(-x) = 3(-x)^4 - (-x)^2 + 5 = 3x^4 - x^2 + 5 = g(x)$ . Es **Par** (simetría respecto al eje Y).

### 3. Función a trozos

- **Tramo 1:** Recta ascendente hasta  $x = -1$  (punto  $(-1, 2)$ ).
- **Tramo 2:** Parábola desde  $x = -1$  hasta  $x = 2$ .
- **Tramo 3:** Recta horizontal en  $y = 3$ .
- **Continuidad:** Debes comprobar los límites laterales en  $x = -1$  y  $x = 2$ . Si los límites coinciden con el valor de la función, es continua.

### 4. Composición

$$(g \circ f)$$

$$(g \circ f)(x) = g(f(x)) = \frac{\frac{3x}{x+2} - 1}{\frac{3x}{x+2}}$$

Simplificando la fracción:

$$\frac{\frac{3x - (x+2)}{x+2}}{\frac{3x}{x+2}} = \frac{2x - 2}{3x}$$



## 5. Función Inversa

1. Intercambiamos  $x$  e  $y$ :

$$x = \frac{2y}{3y + 4}.$$

2. Despejamos  $y$ :

$$x(3y + 4) = 2y \implies 3xy + 4x = 2y \implies 4x = y(2 - 3x).$$

3.  $f^{-1}(x) = \frac{4x}{2 - 3x}.$

Para la comprobación, sustituye  $f^{-1}$  dentro de la  $x$  de la función original y verás que tras simplificar queda solo  $x$ .

## 6. Exponencial y Logarítmica

- $2^x$ : Siempre positiva, pasa por  $(0, 1)$ . Creciente.
- $\log_2 x$ : Solo definida para  $x > 0$ , pasa por  $(1, 0)$ . Creciente.
- **Relación:** Son funciones **inversas** entre sí. Su gráfica es simétrica respecto a la bisectriz del primer cuadrante ( $y = x$ ).

## 7. Función Lineal

- **Puntos:**  $A(20, 5)$  y  $B(50, 11)$ .

- **Pendiente ( $m$ ):**

$$m = \frac{11 - 5}{50 - 20} = \frac{6}{30} = 0,2.$$

- **Ecuación:**

$$y - 5 = 0,2(x - 20) \implies y = 0,2x + 1.$$

- **Extrapolación:** Para

$$x = 150 \implies y = 0,2(150) + 1 = 30 + 1 = 31\text{€}.$$