



## Examen de funciones

1. Calcula el dominio de las siguientes funciones: a)

$$f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 - 7x + 12}$$

b)

$$g(x) = \sqrt{4x - 16}$$

c)

$$h(x) = \log(x+8)$$

d)

$$i(x) = e^{3x-2}$$

2. Estudia la simetría de las siguientes funciones: a)

$$f(x) = x^6 - 3x^2 + 1$$

b)

$$g(x) = \frac{x^5}{x^2 + 4}$$

3. Representa gráficamente la siguiente función definida a trozos

$$f(x) = \begin{cases} x + 4 & \text{si } x < -2 \\ x^2 - 2 & \text{si } -2 \leq x < 1 \\ 2 & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

4. Dadas las funciones

$$f(x) = \frac{3}{x-2} \text{ y } g(x) = \sqrt{x}.$$

Halla  $(f \circ g)(x)$  y  $(g \circ f)(x)$ .

5. Dada la función racional

$$f(x) = \frac{2x + 5}{x - 3}, \text{ calcula su inversa } f^{-1}(x) \text{ y comprueba que } (f \circ f^{-1})(x) = x.$$

6. Representa gráficamente las funciones  $f(x) = 3^x$  y  $g(x) = \log_3(x)$ . Indica su dominio, recorrido, puntos de corte con los ejes y crecimiento. ¿Qué relación hay entre ellas?

7. El coste de un servicio de alquiler de bicicletas depende de las horas de uso.

Alquilarla 2 horas cuesta 6€ y alquilarla 5 horas cuesta 12€.

8. a) Halla la función lineal que expresa el coste  $y$  en función de las horas  $x$ .

9. b) Calcula por extrapolación el coste de un alquiler de 10 horas.



## Soluciones

### 1. Dominios

a)

$$f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 - 7x + 12}$$

Se iguala el denominador a cero:

$$x^2 - 7x + 12 = 0 \implies x = \frac{7 \pm \sqrt{49 - 48}}{2} \implies x = 4, x = 3$$

$$\text{Dom}(f) = \mathbb{R} \setminus \{3, 4\}$$

b)

$$g(x) = \sqrt{4x - 16}$$

Se impone que el radicando sea mayor o igual a cero:

$$4x - 16 \geq 0 \implies 4x \geq 16 \implies x \geq 4$$

$$\text{Dom}(g) = [4, +\infty)$$

c)

$$h(x) = \log(x + 8)$$

El argumento del logaritmo debe ser mayor que cero:

$$x + 8 > 0 \implies x > -8$$

$$\text{Dom}(h) = (-8, +\infty)$$

d)

$$i(x) = e^{3x-2}$$

Las funciones exponenciales con exponente polinómico no tienen restricciones

$$\text{Dom}(i) = \mathbb{R}$$



## 2. Simetría

a)

$$f(x) = x^6 - 3x^2 + 1$$

Para comprobar si es **par**, debemos ver si

$$f(x) = f(-x)$$

Tomamos el punto

$$x = 1:$$

$$f(1) = (1)^6 - 3(1)^2 + 1 = 1 - 3 + 1 = -1$$

Tomamos el punto

$$x = -1:$$

$$f(-1) = (-1)^6 - 3(-1)^2 + 1 = 1 - 3 + 1 = -1$$

Como

$$f(1) = f(-1) = -1, \text{ los puntos son simétricos respecto al eje } Y$$

**Resultado:** La función es **par**

b)

$$g(x) = \frac{x^5}{x^2 + 4}$$

Para comprobar si es **impar**, debemos ver si  $g(-x) = -g(x)$

Tomamos el punto  $x = 2$ :

$$g(2) = \frac{2^5}{2^2 + 4} = \frac{32}{4 + 4} = \frac{32}{8} = 4$$

Tomamos el punto

$$x = -2: g(-2) = \frac{(-2)^5}{(-2)^2 + 4} = \frac{-32}{4 + 4} = \frac{-32}{8} = -4$$



Comparamos los resultados:

$$g(2) = 4$$

$$g(-2) = -4$$

Como  $g(-2) = -g(2)$ , los puntos son simétricos respecto al origen

**Resultado:** La función es **impar**

4. Operaciones

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = \frac{3}{\sqrt{x-2}}$$

$$(g \circ f)(x) = g(f(x)) = \sqrt{\frac{3}{x-2}}$$

5. Inversa

$$y = \frac{2x+5}{x-3}$$

Intercambiamos:

$$x = \frac{2y+5}{y-3}$$

Despejamos:

$$x(y-3) = 2y+5 \implies xy - 3x = 2y+5 \implies xy - 2y = 3x+5 \implies y(x-2) = 3x+5$$

$$f^{-1}(x) = \frac{3x+5}{x-2}$$



## 6. Exponencial y Logarítmica

$f(x) = 3^x$ : Corte en  $(0, 1)$ , siempre positiva, creciente, asíntota horizontal en  $y = 0$

$g(x) = \log_3(x)$ : Corte en  $(1, 0)$ , definida para  $x > 0$ , creciente, asíntota vertical en  $x = 0$

son funciones inversas la una de la otra

## 7. Problema lineal Puntos

$(2, 6)$  y  $(5, 12)$  Pendiente:  $m = \frac{12 - 6}{5 - 2} = 2$

Ecuación:

$$y - 6 = 2(x - 2) \implies y = 2x + 2$$

Extrapolación para  $x = 10$ :  $y = 2(10) + 2 = 22€$