



# Ejercicios de Probabilidad 1

---

## 1. Sucesos y Operaciones Lógicas

**Ejercicio 1:** Consideramos el experimento de lanzar un dado de seis caras. Sean los sucesos

$A = \{2, 4, 6\}$  (sacar par) y  $B = \{4, 5, 6\}$  (sacar mayor que 3). Determina los siguientes conjuntos:

- Unión:  
 $A \cup B$
- Intersección:  
 $A \cap B$
- Diferencia:  
 $A - B$
- Complementario de A:  
 $\overline{A}$

**Ejercicio 2:** Sean  $A$  y  $B$  dos sucesos tales que  $P(A) = 0.6$ ,  $P(B) = 0.4$  y  $P(A \cap B) = 0.2$ .

Calcula:

- La probabilidad de la unión:  
 $P(A \cup B)$
- La probabilidad del suceso contrario de B:  
 $P(\overline{B})$
- La probabilidad de la diferencia:  
 $P(A \cap \overline{B})$
- ¿Son los sucesos  $A$  y  $B$  incompatibles? Justifica tu respuesta.

---

## 2. Probabilidad Condicionada e Independencia

**Ejercicio 3:** En una baraja española de 40 cartas, extraemos una carta al azar. Sea  $S$  el suceso "sacar una sota" y  $B$  el suceso "sacar una carta de bastos".

- Calcula la probabilidad de sacar sota sabiendo que es bastos:  
 $P(S|B)$
- Calcula la probabilidad de sacar bastos sabiendo que es sota:  
 $P(B|S)$



- Determina si los sucesos  $S$  y  $B$  son independientes aplicando la condición:  

$$P(S \cap B) = P(S) \cdot P(B)$$

**Ejercicio 4:** Se lanzan dos monedas equilibradas al aire. Sean los sucesos  $A$  = "obtener cara en la primera moneda" y  $B$  = "obtener cara en la segunda moneda".

- Calcula  $P(A \cap B)$  asumiendo la independencia.
- Demuestra matemáticamente que son independientes.

### 3. Probabilidad Compuesta y Teoremas Fundamentales

**Ejercicio 5 (Teorema de la Probabilidad Total):** Una fábrica utiliza dos máquinas,  $M_1$  y  $M_2$ . La máquina  $M_1$  produce el 60% del total y tiene un 2% de piezas defectuosas ( $D$ ). La máquina  $M_2$  produce el 40% restante y tiene un 5% de piezas defectuosas.

- a) Representa la información en un diagrama de árbol.
- b) Calcula la probabilidad de que un tornillo elegido al azar sea defectuoso:  

$$P(D) = P(M_1) \cdot P(D|M_1) + P(M_2) \cdot P(D|M_2)$$

**Ejercicio 6 (Teorema de Bayes):** Si elegimos un tornillo al azar de la fábrica anterior y resulta ser defectuoso ( $D$ ), ¿cuál es la probabilidad de que haya sido fabricado por la máquina  $M_1$ ?

$$P(M_1|D) = \frac{P(M_1) \cdot P(D|M_1)}{P(D)}$$

**Ejercicio 7 (Diagnóstico):** Una enfermedad afecta al

1% de la población ( $P(E) = 0.01$ ). Un test da positivo en el 99% de los enfermos, pero da un falso positivo en el 5% de las personas sanas ( $P(+|S) = 0.05$ ).

- Calcula la probabilidad de que una persona dé positivo:  

$$P(+)$$
- Si una persona da positivo, ¿cuál es la probabilidad de que esté realmente enferma?  

$$P(E|+)$$



# Solucionario Detallado

## Solución Ejercicio 1:

- Unión:  
 $A \cup B = \{2, 4, 5, 6\}$
- Intersección:  
 $A \cap B = \{4, 6\}$
- Diferencia:  
 $A - B = \{2\}$
- Complementario:  
 $\overline{A} = \{1, 3, 5\}$

## Solución Ejercicio 2:

- $P(A \cup B) = 0.6 + 0.4 - 0.2 = 0.8$
- $P(\overline{B}) = 1 - 0.4 = 0.6$
- $P(A \cap \overline{B}) = P(A) - P(A \cap B) = 0.6 - 0.2 = 0.4$
- **No** son incompatibles porque  $P(A \cap B) = 0.2$ , y para ser incompatibles debería ser 0.

## Solución Ejercicio 3:

- $P(S|B) = \frac{1}{10} = 0.1$
- $P(B|S) = \frac{1}{4} = 0.25$
- Independencia:  
 $P(S \cap B) = \frac{1}{40} = 0.025$   
. Como  $P(S) \cdot P(B) = 0.1 \cdot 0.25 = 0.025$ , los sucesos **son independientes**.

## Solución Ejercicio 4:

- $P(A \cap B) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4} = 0.25$
- Son independientes porque el resultado de la segunda moneda no se ve alterado por el de la primera.

## Solución Ejercicio 5:

- $P(D) = (0.6 \cdot 0.02) + (0.4 \cdot 0.05)$



- $P(D) = 0.012 + 0.02 = 0.032$   
(un 3.2%).

**Solución Ejercicio 6:**

- $P(M_1|D) = \frac{0.6 \cdot 0.02}{0.032} = \frac{0.012}{0.032} = 0.375$   
(un 37.5%).

**Solución Ejercicio 7:**

- $P(+) = (0.01 \cdot 0.99) + (0.99 \cdot 0.05) = 0.0099 + 0.0495 = 0.0594$
- $P(E|+) = \frac{0.0099}{0.0594} \approx 0.1667$   
(un 16.67%).