Examen de fracciones

Ejercicio 1 (1,5 puntos) - Fracciones equivalentes

a) (0,5p) Comprueba si las fracciones $\frac{6}{14}$ y $\frac{9}{21}$ son equivalentes.

b) (0,5p) Calcula el valor de x para que $\frac{5}{8} = \frac{x}{40}$.

c) (0,5p) Simplifica la fracción $\frac{84}{126}$ hasta obtener la fracción irreducible.

Ejercicio 2 (1 punto) - Comparación de fracciones

Ordena de menor a mayor las siguientes fracciones reduciéndolas a común denominador:

$$\frac{3}{4}, \quad \frac{5}{6}, \quad \frac{7}{12}, \quad \frac{2}{3}$$

Ejercicio 3 (3 puntos) - Operaciones combinadas

Calcula y simplifica el resultado:

a) (0,75p) $\frac{2}{3} + \frac{5}{4} - \frac{7}{6}$

b) (0,75p) $\frac{3}{5} \cdot \left(2 - \frac{5}{6}\right)$

c) (0,75p) $\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) : \left(\frac{5}{4} - \frac{1}{2}\right)$

d) (0,75p) $\frac{4}{3} - \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{1}{4} - 2\right) : \frac{7}{6}$

Ejercicio 4 (1,5 puntos) - Potencias de fracciones

Calcula:

a) (0,5p) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-2}$

b) (0,5p) $\left(\frac{3}{4}\right)^{2} \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^{-5} : \left(\frac{3}{4}\right)^{-4}$

c) (0,5p) $\left(-\frac{1}{2}\right)^{3} + \left(\frac{1}{2}\right)^{-1}$

Ejercicio 5 (1,5 puntos) - Fracción generatriz

Halla la fracción generatriz irreducible de cada número decimal:

a) (0,5p) $1{,}25$

b) (0,5p) $2{,}\overline{4}$

c) (0,5p) $0{,}8\overline{3}$

Ejercicio 6 (1,5 puntos) - Problema

Un depósito contiene 360 litros de agua. El lunes se gasta $\frac{1}{4}$ del agua y el martes se gastan $\frac{2}{5}$ de lo que quedaba.

a) (0,75p) ¿Qué fracción del total queda en el depósito?

b) (0,75p) ¿Cuántos litros quedan?

Resolución

Solución Ejercicio 1

a) Multiplicamos en cruz:

$$6 \cdot 21 = 126 \qquad 14 \cdot 9 = 126$$

Los productos coinciden, así que $\frac{6}{14}$ y $\frac{9}{21}$ son equivalentes (las dos valen $\frac{3}{7}$).

b) Igualamos los productos cruzados:

$$8 \cdot x = 5 \cdot 40 \implies 8x = 200 \implies x = \frac{200}{8} = 25$$

c) $\mathrm{mcd}(84, 126) = 42$, por tanto:

$$\frac{84}{126} = \frac{84 : 42}{126 : 42} = \frac{2}{3}$$

Solución Ejercicio 2

$\mathrm{mcm}(4, 6, 12, 3) = 12$:

$$\frac{3}{4} = \frac{9}{12}, \quad \frac{5}{6} = \frac{10}{12}, \quad \frac{7}{12} = \frac{7}{12}, \quad \frac{2}{3} = \frac{8}{12}$$

Comparando los numeradores:

$$\frac{7}{12} < \frac{2}{3} < \frac{3}{4} < \frac{5}{6}$$

Solución Ejercicio 3

a) $\mathrm{mcm}(3, 4, 6) = 12$:

$$\frac{2}{3} + \frac{5}{4} - \frac{7}{6} = \frac{8}{12} + \frac{15}{12} - \frac{14}{12} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$$

b) Primero el paréntesis:

$$2 - \frac{5}{6} = \frac{12}{6} - \frac{5}{6} = \frac{7}{6}$$

$$\frac{3}{5} \cdot \frac{7}{6} = \frac{21}{30} = \frac{7}{10}$$

c) Resolvemos cada paréntesis:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6} \qquad \frac{5}{4} - \frac{1}{2} = \frac{5}{4} - \frac{2}{4} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{5}{6} : \frac{3}{4} = \frac{5 \cdot 4}{6 \cdot 3} = \frac{20}{18} = \frac{10}{9}$$

d) Primero el paréntesis:

$$\frac{1}{4} - 2 = \frac{1}{4} - \frac{8}{4} = -\frac{7}{4}$$

Después la multiplicación y la división, de izquierda a derecha:

$$\frac{2}{3} \cdot \left(-\frac{7}{4}\right) = -\frac{14}{12} = -\frac{7}{6} \qquad -\frac{7}{6} : \frac{7}{6} = -1$$

Por último la resta:

$$\frac{4}{3} - (-1) = \frac{4}{3} + \frac{3}{3} = \frac{7}{3}$$

Solución Ejercicio 4

a) El exponente negativo invierte la fracción:

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{-2} = \left(\frac{3}{2}\right)^{2} = \frac{9}{4}$$

b) Misma base: sumamos los exponentes al multiplicar y los restamos al dividir:

$$\left(\frac{3}{4}\right)^{2+(-5)-(-4)} = \left(\frac{3}{4}\right)^{1} = \frac{3}{4}$$

c) Exponente impar, el signo negativo se mantiene:

$$\left(-\frac{1}{2}\right)^{3} = -\frac{1}{8} \qquad \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} = 2$$

$$-\frac{1}{8} + 2 = -\frac{1}{8} + \frac{16}{8} = \frac{15}{8}$$

Solución Ejercicio 5

a) Decimal exacto con dos decimales:

$$1{,}25 = \frac{125}{100} = \frac{5}{4}$$

b) Periódico puro con periodo de una cifra:

$$2{,}\overline{4} = \frac{24 - 2}{9} = \frac{22}{9}$$

c) Periódico mixto con anteperiodo 8 y periodo 3:

$$0{,}8\overline{3} = \frac{83 - 8}{90} = \frac{75}{90} = \frac{5}{6}$$

Solución Ejercicio 6

a) Después del lunes queda $1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$ del agua.

El martes se gasta $\frac{2}{5}$ de lo que quedaba:

$$\frac{2}{5} \cdot \frac{3}{4} = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}$$

Gastado en total:

$$\frac{1}{4} + \frac{3}{10} = \frac{5}{20} + \frac{6}{20} = \frac{11}{20}$$

Queda:

$$1 - \frac{11}{20} = \frac{9}{20}$$

b)

$$\frac{9}{20} \cdot 360 = \frac{9 \cdot 360}{20} = 9 \cdot 18 = 162 \text{ litros}$$

Comprobación: el lunes se gastan 90 L y quedan 270 L; el martes se gastan $\frac{2}{5} \cdot 270 = 108$ L y quedan 162 L.