Examen de números enteros

Ejercicio 1 (2 puntos) - Orden y valor absoluto

a) (1p) Ordena de menor a mayor los siguientes números: $5,\ -9,\ |-8|,\ -|6|,\ 0,\ -2,\ 11$.

b) (1p) Calcula:

$$|-12|-|5|+|-3| \qquad -(-9)+|-4| \qquad -|-3|\cdot|-5|+|6-15|$$

Ejercicio 2 (2,5 puntos) - Operaciones combinadas

Calcula, respetando la jerarquía de las operaciones:

a) (0,75p) $7-(-4)+(-9)-3+(-6)$

b) (0,75p) $(-5)\cdot(-3)+(-24):(+6)-9$

c) (1p) $3\cdot[-4+(6-9)\cdot(-2)]-(-28):(-2-5)$

Ejercicio 3 (2 puntos) - Potencias de números enteros

a) (0,75p) Calcula: $(-3)^3$, -3^4, $(-1)^{2027}$ y $(-2)^6$.

b) (1,25p) Expresa como una sola potencia y calcula su valor:

$$(-2)^5\cdot(-2)^3:(-2)^6 \qquad \left[(-3)^2\right]^3:(-3)^4 \qquad (-4)^6:\left[(-4)^2\cdot(-4)^3\right]$$

Ejercicio 4 (1,5 puntos) - Raíces cuadradas

a) (0,5p) ¿Qué números elevados al cuadrado dan 64? ¿Existe $\sqrt{-36}$ en los números enteros? Explica tu respuesta.

b) (1p) Calcula: $2\cdot\sqrt{81}-\sqrt{169}+(-3)^2$ y $\sqrt{225}-\sqrt{36}\cdot(-3)$.

Ejercicio 5 (2 puntos) - Problemas

a) (1p) A las 7 de la mañana el termómetro marca $-6\,^\circ\mathrm{C}$. Hasta el mediodía la temperatura sube $13\,^\circ\mathrm{C}$ y por la noche baja $18\,^\circ\mathrm{C}$ respecto al mediodía. ¿Qué temperatura hace por la noche? ¿Cuál es la diferencia entre la temperatura máxima y la mínima de ese día?

b) (1p) Arquímedes nació hacia el año 287 a. C. y murió en el año 212 a. C. ¿Cuántos años vivió aproximadamente? Plantea la operación con números enteros.

Resolución

Solución Ejercicio 1

a) Primero calculamos los valores absolutos: $|-8| = 8$ y $-|6| = -6$.

$$-9 < -|6| < -2 < 0 < 5 < |-8| < 11$$

b) Calculamos cada expresión:

$$|-12| - |5| + |-3| = 12 - 5 + 3 = 10$$

$$-(-9) + |-4| = 9 + 4 = 13$$

$$-|-3| \cdot |-5| + |6 - 15| = -3 \cdot 5 + |-9| = -15 + 9 = -6$$

Solución Ejercicio 2

a) Quitamos paréntesis y agrupamos positivos y negativos:

$$7 + 4 - 9 - 3 - 6 = (7 + 4) - (9 + 3 + 6) = 11 - 18 = -7$$

b) Primero multiplicaciones y divisiones: $(-5) \cdot (-3) = 15$ y $(-24) : (+6) = -4$

$$15 + (-4) - 9 = 15 - 4 - 9 = 2$$

c) Paréntesis: $6 - 9 = -3$ y $-2 - 5 = -7$. Dentro del corchete: $-4 + (-3) \cdot (-2) = -4 + 6 = 2$. División: $(-28) : (-7) = 4$

$$3 \cdot 2 - 4 = 6 - 4 = 2$$

Solución Ejercicio 3

a) Una base negativa con exponente impar da resultado negativo; con exponente par, positivo:

$$(-3)^3 = -27, \quad -3^4 = -81, \quad (-1)^{2027} = -1, \quad (-2)^6 = 64$$

Cuidado: en -3^4 el signo menos no está dentro de la potencia, así que $-3^4 = -(3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3) = -81$.

b) Con la misma base, al multiplicar se suman los exponentes y al dividir se restan:

$$(-2)^5 \cdot (-2)^3 : (-2)^6 = (-2)^{5+3-6} = (-2)^2 = 4$$

$$\left[(-3)^2\right]^3 : (-3)^4 = (-3)^6 : (-3)^4 = (-3)^2 = 9$$

$$(-4)^6 : \left[(-4)^2 \cdot (-4)^3\right] = (-4)^6 : (-4)^5 = (-4)^1 = -4$$

Solución Ejercicio 4

a) Hay dos números cuyo cuadrado es 64: 8 y -8, porque $8^2 = 64$ y $(-8)^2 = 64$. El símbolo $\sqrt{64}$ indica la raíz positiva: $\sqrt{64} = 8$.

$\sqrt{-36}$ no existe en los números enteros, porque ningún número elevado al cuadrado da un resultado negativo.

b)

$$2 \cdot \sqrt{81} - \sqrt{169} + (-3)^2 = 2 \cdot 9 - 13 + 9 = 18 - 13 + 9 = 14$$

$$\sqrt{225} - \sqrt{36} \cdot (-3) = 15 - 6 \cdot (-3) = 15 + 18 = 33$$

Solución Ejercicio 5

a) Al mediodía: $-6 + 13 = 7\,^\circ\mathrm{C}$. Por la noche: $7 - 18 = -11\,^\circ\mathrm{C}$.

La máxima es $7\,^\circ\mathrm{C}$ y la mínima $-11\,^\circ\mathrm{C}$, así que la diferencia es:

$$7 - (-11) = 7 + 11 = 18\,^\circ\mathrm{C}$$

b) Los años antes de Cristo se representan con números negativos: nació en el año -287 y murió en el año -212.

$$-212 - (-287) = -212 + 287 = 75$$

Arquímedes vivió unos 75 años.