



Examen de Funciones y Funciones Elementales

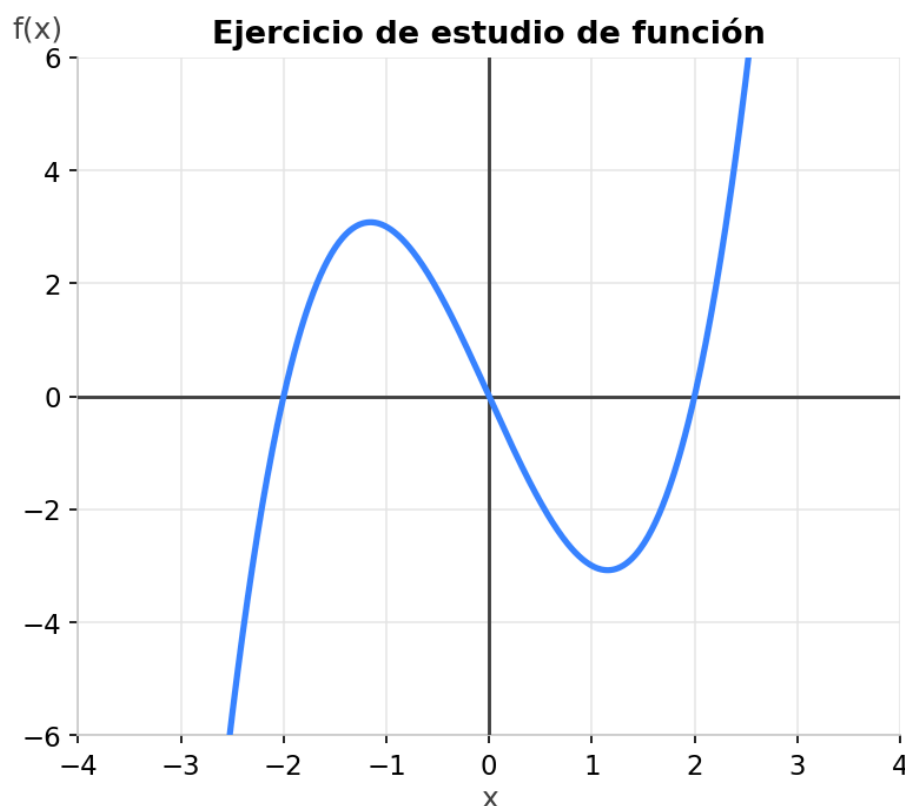
Parte 1: Ejercicios

Ejercicio 1: Dominio y Signo (2.5 puntos)

Dada la función racional $f(x) = \frac{1}{x-1}$: a) Determina razonadamente su dominio. b) Encuentra los puntos de corte con los ejes coordenados. c) Estudia el signo de la función en todo su dominio.

Ejercicio 2: Estudio Gráfico y Geométrico (2.5 puntos)

Observa la siguiente gráfica de una función $f(x)$:



A partir de la gráfica, determina: a) El dominio y la imagen (recorrido) de la función. b) Los intervalos de monotonía (crecimiento y decrecimiento). c) Las coordenadas de sus máximos



y mínimos relativos. d) ¿Qué tipo de simetría presenta la función (par, impar o ninguna)? Justifica tu respuesta.

Ejercicio 3: Representación de Función Cuadrática (2.5 puntos)

Dada la parábola descrita por la función $f(x) = x^2 - 6x + 5$: a) Calcula las coordenadas de su vértice. b) Halla los puntos de corte con el eje X y con el eje Y. c) Representa gráficamente la función de forma aproximada usando la información de los apartados anteriores. ¿Es una función cóncava o convexa?

Ejercicio 4: Funciones Exponenciales y Logarítmicas (2.5 puntos)

a) Determina el dominio de la función radical $h(x) = \sqrt{x + 4}$. b) Determina el dominio de la función logarítmica $g(x) = \log_{10}(2x - 8)$. c) Indica cuál es la asíntota de la función exponencial $f(x) = 2^x - 3$. ¿Es una función creciente o decreciente?



Parte 2: Solucionario

Solución Ejercicio 1

a) **Dominio:** Al tratarse de una fracción, el denominador no puede ser 0. Resolvemos $x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1$. Por tanto, el dominio es $\mathbb{R} \setminus 1$. b) **Cortes con el eje X** (haciendo $f(x) = 0$): El numerador debe anularse sin que lo haga el denominador. En este caso el numerador es 1, por lo que nunca se anula ($1 \neq 0$). Por tanto, no hay puntos de corte con el eje X. **Corte con el eje Y** (haciendo $x = 0$): $f(0) = \frac{1}{0 - 1} = -1$. El punto es $(0, -1)$. c) **Signo:** Evaluamos los intervalos creados por los cortes del eje X y las asíntotas (sólo hay asíntota vertical en $x = 1$): $(-\infty, 1)$ y $(1, +\infty)$.

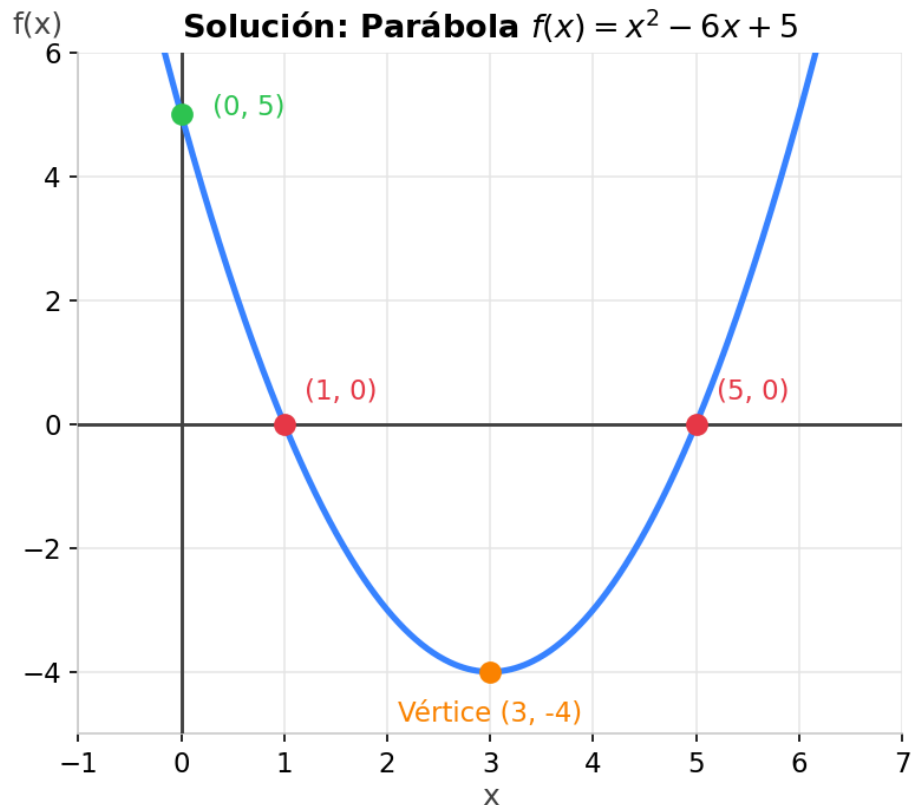
- En $(-\infty, 1)$: $f(0) = -1 < 0$ (Negativa)
- En $(1, +\infty)$: $f(2) = 1 > 0$ (Positiva)

Solución Ejercicio 2

a) **Dominio:** $\mathbb{R}$. **Imagen:** $\mathbb{R}$ (va desde $-\infty$ hasta $+\infty$). b) **Monotonía:** La función crece en $(-\infty, -1.15) \cup (1.15, +\infty)$. La función decrece en $(-1.15, 1.15)$. c) **Máximos y mínimos:** Presenta un máximo relativo aproximadamente en $(-1.15, 3)$. Presenta un mínimo relativo aproximadamente en $(1.15, -3)$. d) **Simetría:** Presenta simetría impar porque es simétrica respecto al origen $(0, 0)$. Todo punto (x, y) se refleja en $(-x, -y)$, es decir $f(-x) = -f(x)$.

Solución Ejercicio 3

a) **Vértice:** La coordenada $x_v = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-6)}{2(1)} = 3$. Evaluando: $f(3) = 3^2 - 18 + 5 = -4$. Vértice absoluto en $(3, -4)$. b) **Cortes eje X:** $x^2 - 6x + 5 = 0 \Rightarrow x = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 20}}{2} \Rightarrow x = \frac{6 \pm 4}{2}$. Dos valores: $x = 5$ y $x = 1$. Puntos: $(1, 0)$ y $(5, 0)$. **Cortes eje Y:** $f(0) = 5$. Punto: $(0, 5)$. c) **Representación Gráfica y curvatura:** Como el coeficiente principal $a = 1 > 0$, es una parábola con las ramas hacia arriba, por tanto es convexa en todo el conjunto de los reales $\mathbb{R}$.



Solución Ejercicio 4

a) **Dominio radical:** Se exige $x + 4 \geq 0 \Rightarrow x \geq -4$. Dominio: $[-4, +\infty)$. b) **Dominio logaritmo:** El argumento de un logaritmo debe ser positivo:
 $2x - 8 > 0 \Rightarrow 2x > 8 \Rightarrow x > 4$. Dominio: $(4, +\infty)$. c) **Asíntota y crecimiento:** La función base 2^x tiene su asíntota horizontal natural en $y = 0$. Al restarle 3 (traslación vertical), la asíntota horizontal se mueve a $y = -3$. Al ser la base $2 > 1$, se trata de una función estrictamente creciente.