ÁGORA - ACADEMIA DE MATEMÁTICAS

INTERÉS SIMPLE Y COMPUESTO

Cuenca · 2026

ÍNDICE

1. Interés simple y compuesto **3**

Conceptos básicos 3
Interés simple 4
Interés compuesto 6
Despejes en el interés compuesto 8
Capitalización fraccionada 10
Retención fiscal 11

Resumen **12**

Índice de conceptos **13**

TEMA 1

INTERÉS SIMPLE Y COMPUESTO

Interés simple y compuesto: fórmulas, cálculo del capital inicial, del rédito y del tiempo, capitalización mensual o trimestral y retención fiscal.

Conceptos básicos

DEFINICIÓN

Capital, interés, rédito y tiempo

Cuando depositamos dinero en un banco (o lo pedimos prestado), se manejan siempre las mismas magnitudes:

- **Capital inicial** C: el dinero que se deposita o se presta.
- **Rédito** o **tipo de interés** r: el porcentaje que se paga por cada unidad de tiempo (normalmente anual).
- **Tiempo** t: cuánto dura la operación, en las mismas unidades que el rédito.
- **Interés** I: el beneficio (o el coste) que genera el capital.
- **Capital final** C_f: lo que se tiene al terminar.

$$C_f = C + I$$

EJEMPLO:

Depositamos 2000 € y al cabo de un año recibimos 2060 €. El interés ha sido $I = 2060 - 2000 = 60$ €, y el rédito $\dfrac{60}{2000} = 0{,}03$, es decir, un $3\,\%$ anual.

DEFINICIÓN

El rédito siempre en tanto por uno

En todas las fórmulas el rédito se escribe en **tanto por uno**: se divide el porcentaje entre 100. Es el error más frecuente: sustituir $r = 4$ en lugar de $r = 0{,}04$ da un resultado cien veces mayor.

$$r = \frac{\text{porcentaje}}{100}$$

EJEMPLO:

- $4\,\% \to r = 0{,}04$
- $2{,}5\,\% \to r = 0{,}025$
- $0{,}75\,\% \to r = 0{,}0075$

Interés simple

DEFINICIÓN

Interés simple

En el **interés simple** los intereses se calculan siempre sobre el **capital inicial**: cada año se cobra la misma cantidad y los intereses no se suman al capital para generar más intereses. Por eso el capital crece de forma **lineal**: el interés de t años es t veces el de un año, $C \cdot r$.

$$I = C \cdot r \cdot t \qquad C_f = C\,(1 + r \cdot t)$$

EJEMPLO:

Depositamos 5000 € al $4\,\%$ de interés simple anual durante 3 años.

$$I = 5000 \cdot 0{,}04 \cdot 3 = 600 \text{ euros}$$

$$C_f = 5000 + 600 = 5600 \text{ euros}$$

Cada año se cobran los mismos $5000 \cdot 0{,}04 = 200$ €.

PROPIEDAD

Tiempo en meses o en días

El rédito suele ser **anual**, así que el tiempo se expresa en **años**. Si viene en meses se divide entre 12; si viene en días, entre 360 (**año comercial**, el que usan los bancos salvo que se diga lo contrario).

$$t = \frac{\text{meses}}{12} \qquad t = \frac{\text{días}}{360}$$

EJEMPLO:

- 8000 € al 3 % durante 9 meses:
$$I = 8000 \cdot 0{,}03 \cdot \frac{9}{12} = 180 \text{ euros}$$
- 12 000 € al 5 % durante 90 días:
$$I = 12\,000 \cdot 0{,}05 \cdot \frac{90}{360} = 150 \text{ euros}$$

PROCEDIMIENTO

Despejar capital, rédito o tiempo

De $I = C \cdot r \cdot t$ se despeja cualquiera de las otras magnitudes dividiendo el interés entre el producto de las otras dos. Al despejar r se obtiene en tanto por uno: multiplica por 100 para dar el porcentaje.

$$C = \frac{I}{r \cdot t} \qquad r = \frac{I}{C \cdot t} \qquad t = \frac{I}{C \cdot r}$$

EJEMPLO:

- ¿Qué capital produce 900 € en 5 años al 6 %?
$$C = \frac{900}{0{,}06 \cdot 5} = 3000 \text{ euros}$$
- 2000 € producen 240 € en 2 años:
$$r = \frac{240}{2000 \cdot 2} = 0{,}06 \to 6\,\%$$
- ¿Cuánto tarda 4000 € al 2,5 % en producir 300 €?
$$t = \frac{300}{4000 \cdot 0{,}025} = 3 \text{ años}$$

Interés compuesto

DEFINICIÓN

Interés compuesto

En el **interés compuesto**, al final de cada periodo los intereses se **suman al capital** (se **capitalizan**) y en el periodo siguiente generan intereses también. Cada periodo el capital se multiplica por $(1+r)$, igual que en un aumento porcentual repetido.

EJEMPLO:

1000 € al $10\,\%$ compuesto:
- Año 1: $1000 \cdot 1{,}1 = 1100$ €
- Año 2: $1100 \cdot 1{,}1 = 1210$ €
- Año 3: $1210 \cdot 1{,}1 = 1331$ €

Con interés simple serían 1100, 1200 y 1300 €: la diferencia son los intereses de los intereses.

PROPIEDAD

Capital final en interés compuesto

Como en cada periodo el capital se multiplica por $(1+r)$, tras t periodos se ha multiplicado t veces, es decir, por $(1+r)^t$. El interés se obtiene después restando: $I = C_f - C$. No existe una fórmula «$I = \ldots$» directa como en el simple.

$$C_f = C\,(1+r)^t$$

EJEMPLO:

5000 € al $4\,\%$ de interés compuesto anual durante 3 años:

$$C_f = 5000 \cdot 1{,}04^3 = 5624{,}32 \text{ euros}$$

$$I = 5624{,}32 - 5000 = 624{,}32 \text{ euros}$$

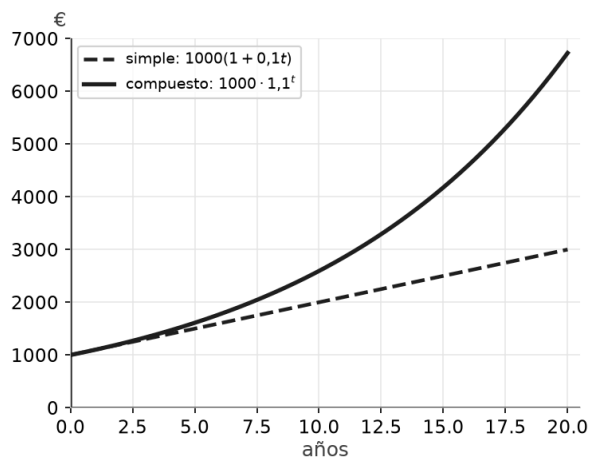
Con interés simple eran 600 €: el compuesto da $24{,}32$ € más.

PROPIEDAD

Simple frente a compuesto

El simple crece en **línea recta** (progresión aritmética) y el compuesto de forma **exponencial** (progresión geométrica). Para el mismo rédito:

- Si $t < 1$ año, el simple da algo más.
- Si $t = 1$, dan lo mismo.
- Si $t > 1$, el compuesto da más, y la diferencia se dispara con los años.



EJEMPLO:

1000 € al $10\,\%$ durante 20 años:

- Simple: $1000\,(1 + 0{,}1 \cdot 20) = 3000$ €
- Compuesto: $1000 \cdot 1{,}1^{20} \approx 6727{,}50$ €

Despejes en el interés compuesto

PROPIEDAD

Capital inicial (actualizar un capital)

Para saber cuánto hay que depositar hoy para tener C_f dentro de t años, se divide entre $(1+r)^t$. A esto se le llama **actualizar** el capital.

$$C = \frac{C_f}{(1+r)^t}$$

EJEMPLO:

¿Cuánto hay que depositar al $3\,\%$ compuesto para tener $10\,000$ € dentro de 5 años?

$$C = \frac{10\,000}{1{,}03^5} \approx 8626{,}09 \text{ euros}$$

PROPIEDAD

Rédito: raíz t-ésima

Se despeja $(1+r)^t$ y se hace la raíz de índice t en ambos miembros.

$$r = \sqrt[t]{\frac{C_f}{C}} - 1$$

EJEMPLO:

2000 € se convierten en 2420 € en 2 años.

$$1{,}21 = (1+r)^2 \Rightarrow 1 + r = \sqrt{1{,}21} = 1{,}1 \Rightarrow r = 0{,}1$$

El rédito es del $10\,\%$ anual.

PROPIEDAD

Tiempo: con logaritmos

El tiempo está en el **exponente**, así que se toman logaritmos en ambos miembros y se usa $\log a^t = t \log a$. Si el resultado no es entero y los intereses solo se abonan al final de cada año, se redondea **hacia arriba**.

$$t = \frac{\log\left(\frac{C_f}{C}\right)}{\log(1+r)}$$

EJEMPLO:

- ¿Cuánto tardan 3000 € al $5\,\%$ en llegar a 4000 €?

$$1{,}05^t = \frac{4000}{3000} \Rightarrow t = \frac{\log(4/3)}{\log 1{,}05} \approx 5{,}9 \to 6 \text{ años}$$

- ¿Cuánto tarda un capital en duplicarse al $4\,\%$?

$$1{,}04^t = 2 \Rightarrow t = \frac{\log 2}{\log 1{,}04} \approx 17{,}7 \to 18 \text{ años}$$

No depende del capital: se duplica igual 100 € que $100\,000$ €.

Capitalización fraccionada

DEFINICIÓN

Capitalización fraccionada

Muchas veces el banco da un rédito **anual** r (llamado **nominal**) pero abona los intereses n veces al año: mensualmente ($n = 12$), trimestralmente ($n = 4$), semestralmente ($n = 2$)... Entonces en cada periodo se aplica $\frac{r}{n}$ y hay $n \cdot t$ periodos.

$$C_f = C\left(1 + \frac{r}{n}\right)^{n \cdot t}$$

EJEMPLO:

- $10\,000$ € al $6\,\%$ anual con capitalización mensual durante 2 años:

$$C_f = 10\,000\left(1 + \frac{0{,}06}{12}\right)^{24} = 10\,000 \cdot 1{,}005^{24} \approx 11\,271{,}60 \text{ euros}$$

- $10\,000$ € al $4\,\%$ anual con capitalización trimestral durante 3 años:

$$C_f = 10\,000 \cdot 1{,}01^{12} \approx 11\,268{,}25 \text{ euros}$$

Retención fiscal

DEFINICIÓN

Retención fiscal e intereses netos

Los intereses que da un depósito tributan: el banco **retiene** un porcentaje de los intereses (no del capital) y lo ingresa en Hacienda. Lo que de verdad cobra el ahorrador son los **intereses netos**. Si la retención es del $p\,\%$, se cobra el $(100-p)\,\%$ de los intereses.

$$I_{\text{neto}} = I \cdot \left(1 - \frac{p}{100}\right)$$

EJEMPLO:

5000 € al $4\,\%$ compuesto durante 3 años generan $I = 624{,}32$ €. Con una retención del $19\,\%$:

$$\text{retención} = 624{,}32 \cdot 0{,}19 \approx 118{,}62 \text{ euros}$$

$$I_{\text{neto}} = 624{,}32 \cdot 0{,}81 \approx 505{,}70 \text{ euros}$$

El capital final que se cobra es $5000 + 505{,}70 = 5505{,}70$ €.

RESUMEN

1. Interés simple y compuesto

Datos

C capital inicial, r rédito en **tanto por uno** $(5\% \to 0{,}05)$, t tiempo en años, I interés.

$$C_f = C + I \qquad t = \frac{\text{meses}}{12} = \frac{\text{días}}{360}$$

Interés simple

Los intereses no generan intereses.

$$I = C \cdot r \cdot t \qquad C_f = C\,(1 + r \cdot t)$$

Interés compuesto

Los intereses se suman al capital cada periodo y generan intereses.

$$C_f = C\,(1 + r)^t$$

Despejes en el compuesto

$$C = \frac{C_f}{(1+r)^t} \qquad r = \sqrt[t]{\frac{C_f}{C}} - 1 \qquad t = \frac{\log(C_f/C)}{\log(1+r)}$$

Capitalización fraccionada

n periodos al año (12 mensual, 4 trimestral).

$$C_f = C\left(1 + \frac{r}{n}\right)^{n \cdot t}$$

Retención fiscal

Hacienda retiene un $p\%$ de los intereses.

$$I_{\text{neto}} = I \cdot \left(1 - \frac{p}{100}\right)$$

ÍNDICE DE CONCEPTOS

C

Capital, interés, rédito y tiempo DEFINICIÓN 3
Capitalización fraccionada DEFINICIÓN 10

E

El rédito siempre en tanto por uno DEFINICIÓN 4

I

Interés compuesto DEFINICIÓN 6
Interés simple DEFINICIÓN 4

R

Retención fiscal e intereses netos DEFINICIÓN 11