

ÁGORA - ACADEMIA DE MATEMÁTICAS

INTRODUCCIÓN AL ÁLGEBRA

Cuenca · 2026

ÍNDICE

1. Álgebra 3

Fundamentos del álgebra 3
Ecuaciones 4
Polinomios 6
Operaciones con monomios y polinomios 8
División de polinomios 9
Regla de Ruffini 11
Teoremas del resto y del factor 13
Factorización de polinomios 14

2. Identidades notables 17

Identidades y productos notables 17
Binomios al cuadrado 18
Productos de binomios 20
Cubo de un binomio 20
Usar las identidades al revés: factorizar 21

Resumen 23

Índice de conceptos 25

TEMA 1

ÁLGEBRA

Lenguaje algebraico, monomios y polinomios: operaciones, división de polinomios, regla de Ruffini, teorema del resto y factorización. Resolución de ecuaciones de primer grado.

Fundamentos del álgebra

DEFINICIÓN

Expresión algebraica

Es una combinación de números y letras (incógnitas) relacionados mediante operaciones matemáticas (suma, resta, multiplicación, división, potencias).

EJEMPLO:

$3x + 2y - 5$ es una expresión algebraica donde x e y son las letras.

DEFINICIÓN

Monomio

Es una expresión algebraica sencilla formada por el producto de un número conocido (coeficiente) y una o varias letras con exponentes naturales (parte literal).

EJEMPLO:

En el monomio $-5x^2y$, el coeficiente es -5 y la parte literal es x^2y.

DEFINICIÓN

Grado de un monomio

Es la suma de los exponentes de las letras que forman su parte literal.

EJEMPLO:

El grado de $7x^3y^2$ es $3+2=5$.

DEFINICIÓN

Monomios semejantes

Dos monomios son **semejantes** si tienen la **misma parte literal** (las mismas letras con los mismos exponentes); pueden diferir solo en el coeficiente.

$a\,x^n$ y $b\,x^n$ son semejantes

EJEMPLO:

$3x^2y$ y $-5x^2y$ son semejantes. $3x^2y$ y $3xy^2$ no lo son (los exponentes de cada letra son distintos).

Ecuaciones

DEFINICIÓN

Ecuación

Una **ecuación** es una igualdad entre dos expresiones algebraicas que solo es cierta para determinados valores de las letras, llamadas **incógnitas**. Esos valores son las **soluciones**. Resolver una ecuación es hallar todas sus soluciones. Una ecuación de **primer grado** con una incógnita se puede escribir en la forma $ax+b=0$ con $a\neq 0$, y tiene la única solución $x=-\dfrac{b}{a}$.

$$ax+b=0 \quad (a\neq 0) \implies x=-\frac{b}{a}$$

EJEMPLO:

$2x+4=10$ solo se cumple si $x=3$: $2\cdot 3+4=10$ ✓. Con $x=2$ daría $8\neq 10$.

DEFINICIÓN

Ecuaciones equivalentes

Dos ecuaciones son **equivalentes** si tienen las mismas soluciones. Se obtienen ecuaciones equivalentes aplicando la **regla de la suma** (sumar o restar lo mismo en ambos miembros) o la **regla del producto** (multiplicar o dividir ambos miembros por un número distinto de cero).

EJEMPLO:

$x + 2 = 5$ es equivalente a $x = 3$.

PROCEDIMIENTO

Resolución paso a paso

Para resolver una ecuación buscamos obtener ecuaciones equivalentes cada vez más sencillas hasta despejar la incógnita.

Ejemplo: $3x - 5 = 7$

1. **Sumamos 5** en ambos miembros para aislar el término con x:
   $3x - 5 + 5 = 7 + 5 \Rightarrow 3x = 12$
2. **Dividimos por 3** en ambos miembros para obtener la solución:
   $\frac{3x}{3} = \frac{12}{3} \Rightarrow x = 4$

$$x + a = b \Rightarrow x + a - a = b - a \Rightarrow x = b - a$$

Polinomios

DEFINICIÓN

Polinomio

Es una expresión algebraica formada por la suma (o resta) de monomios **no semejantes**; cada monomio es un **término** del polinomio. Un polinomio en una variable se escribe como $P(x) = a_n x^n + \cdots + a_1 x + a_0$, con $a_n \neq 0$; los números a_i son los **coeficientes**.

$$P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \cdots + a_1 x + a_0 \qquad (a_n \neq 0)$$

EJEMPLO:

$P(x) = 4x^3 - 2x + 7$ es un polinomio con tres términos.

DEFINICIÓN

Grado de un polinomio

Es el mayor de los grados de los monomios (términos) que lo componen.

EJEMPLO:

En el polinomio $5x^4 - 2x^2 + 1$, el término de mayor grado es $5x^4$, por lo tanto, el grado del polinomio es 4.

DEFINICIÓN

Término independiente

Es el término del polinomio que no tiene parte literal (el grado del monomio es cero).

EJEMPLO:

En el polinomio $P(x) = 3x^2 - 5x + 8$, el término independiente es 8.

DEFINICIÓN

Polinomio ordenado y completo

Un polinomio está **ordenado** cuando sus términos se escriben de mayor a menor grado, y está **completo** cuando aparecen todos los grados, desde el mayor hasta el término independiente. Si falta algún grado, lo escribimos con coeficiente 0.
Antes de dividir (por el método largo o por Ruffini) **siempre** hay que ordenar y completar el dividendo: olvidar un hueco es el error más común.

EJEMPLO:

$P(x) = 5 - 3x^3 + x^4$
- Ordenado: $x^4 - 3x^3 + 5$
- Ordenado y completo: $x^4 - 3x^3 + 0x^2 + 0x + 5$

DEFINICIÓN

Valor numérico: $P(a)$

El **valor numérico** de un polinomio $P(x)$ para $x = a$ es el número que se obtiene al sustituir la x por a y hacer las operaciones. Se escribe $P(a)$. Pon el número entre paréntesis cuando sea negativo para no equivocarte con los signos.

EJEMPLO:

$P(x) = 2x^3 - 3x + 5$
- $P(2) = 2 \cdot 2^3 - 3 \cdot 2 + 5 = 16 - 6 + 5 = 15$
- $P(-1) = 2 \cdot (-1)^3 - 3 \cdot (-1) + 5 = -2 + 3 + 5 = 6$

DEFINICIÓN

Raíz de un polinomio

Un número a es una **raíz** (o cero) del polinomio $P(x)$ si su valor numérico en a es cero, es decir, si $P(a) = 0$. Encontrar las raíces de P equivale a resolver la ecuación $P(x) = 0$.

a es raíz de $P(x) \iff P(a) = 0$

EJEMPLO:

$P(x) = x^2 - 5x + 6$: $P(2) = 4 - 10 + 6 = 0$, luego 2 es raíz. $P(1) = 2 \neq 0$, luego 1 no lo es.

Operaciones con monomios y polinomios

PROCEDIMIENTO

Suma y resta

Solo se pueden sumar o restar monomios **semejantes**. Se suman o restan los coeficientes y se mantiene la parte literal (propiedad distributiva). Para sumar polinomios se agrupan los términos semejantes.

$$a \cdot x^n \pm b \cdot x^n = (a \pm b)x^n$$

EJEMPLO:

$3x^2 + 5x^2 = 8x^2$.
No podemos sumar $3x^2 + 2x$ porque no son semejantes.

PROCEDIMIENTO

Multiplicación

Para multiplicar monomios, se multiplican los coeficientes entre sí y las partes literales entre sí (sumando los exponentes de las letras iguales). Para multiplicar un polinomio, se aplica la propiedad distributiva multiplicando cada término.

$$(a \cdot x^n) \cdot (b \cdot x^m) = (a \cdot b)x^{n+m}$$

EJEMPLO:

Monomios: $(2x^2) \cdot (3x^3) = 6x^5$.
Número por polinomio: $2 \cdot (x + 3) = 2x + 6$.
Polinomio por polinomio: cada término del primero multiplica a cada término del segundo y después se agrupan los semejantes:
$(x + 2)(x^2 - 3x + 1) = x^3 - 3x^2 + x + 2x^2 - 6x + 2 = x^3 - x^2 - 5x + 2$

PROCEDIMIENTO

División de monomios

Se dividen los coeficientes y se restan los exponentes de las letras comunes en la parte literal.

$$\frac{a \cdot x^n}{b \cdot x^m} = (a/b)x^{n-m}$$

EJEMPLO:

$$\frac{10x^5}{2x^2} = 5x^{5-2} = 5x^3$$

División de polinomios

DEFINICIÓN

Elementos de la división

Al dividir un polinomio **dividendo** $D(x)$ entre otro **divisor** $d(x)$ obtenemos un **cociente** $C(x)$ y un **resto** $R(x)$. Igual que con números, se cumple la **prueba de la división**, y el resto siempre tiene **menor grado que el divisor** (por eso sabemos cuándo parar).

$$D(x) = d(x) \cdot C(x) + R(x) \qquad \text{grado } R(x) < \text{grado } d(x)$$

EJEMPLO:

Con números: $17 = 5 \cdot 3 + 2$ (dividendo 17, divisor 5, cociente 3, resto $2 < 5$).
Con polinomios: si el divisor tiene grado 2, el resto tendrá grado 1 o 0.

PROCEDIMIENTO

División paso a paso

1. **Ordena y completa** el dividendo (huecos con 0) y ordena el divisor.
2. Divide el **primer término del dividendo** entre el **primer término del divisor**: es el primer término del cociente.
3. Multiplica ese término por **todo** el divisor y **réstalo** del dividendo (cambia todos los signos y suma).
4. Con lo que queda, repite los pasos 2 y 3 hasta que su grado sea menor que el del divisor: eso es el resto.

EJEMPLO:

$(x^4 - 3x^2 + 2x - 5) : (x^2 + x - 1)$

1. Completamos: $x^4 + 0x^3 - 3x^2 + 2x - 5$

2. $\dfrac{x^4}{x^2} = x^2 \rightarrow x^2(x^2 + x - 1) = x^4 + x^3 - x^2$

Restamos: $(x^4 + 0x^3 - 3x^2 + 2x - 5) - (x^4 + x^3 - x^2) = -x^3 - 2x^2 + 2x - 5$

3. $\dfrac{-x^3}{x^2} = -x \rightarrow -x(x^2 + x - 1) = -x^3 - x^2 + x$

Restamos: $(-x^3 - 2x^2 + 2x - 5) - (-x^3 - x^2 + x) = -x^2 + x - 5$

4. $\dfrac{-x^2}{x^2} = -1 \rightarrow -1(x^2 + x - 1) = -x^2 - x + 1$

Restamos: $(-x^2 + x - 5) - (-x^2 - x + 1) = 2x - 6$

Grado $1 < 2$: paramos.

$C(x) = x^2 - x - 1, \quad R(x) = 2x - 6$

Comprobación: $(x^2 + x - 1)(x^2 - x - 1) + 2x - 6 = x^4 - 3x^2 + 2x - 5$ ✓

DEFINICIÓN

División exacta

Si el resto es $R(x) = 0$, la división es **exacta**: el dividendo es igual al divisor por el cociente. Decimos que $D(x)$ es **divisible** entre $d(x)$, o que $d(x)$ es un **factor** de $D(x)$. Esta idea es la base de la factorización.

$$R(x) = 0 \iff D(x) = d(x) \cdot C(x)$$

EJEMPLO:

$(x^2 - 5x + 6) : (x - 2) = x - 3$ con resto 0, luego $x^2 - 5x + 6 = (x - 2)(x - 3)$.

Regla de Ruffini

DEFINICIÓN

Regla de Ruffini

La **regla de Ruffini** es un método rápido para dividir un polinomio entre un binomio de la forma $(x-a)$. Solo trabaja con los **coeficientes**, así que el dividendo debe estar **ordenado y completo**.
Cuidado con el signo de a: en $(x+2)=(x-(-2))$ el número que se usa es $a=-2$.

$$P(x):(x-a)$$

EJEMPLO:

- $(x-3)$ → $a=3$
- $(x+2)$ → $a=-2$
- (x^2+1) → no se puede usar Ruffini (el divisor no es de la forma $x-a$).

PROCEDIMIENTO

Ruffini paso a paso

1. Escribe los coeficientes del dividendo (con los 0 de los huecos) en la fila de arriba y a a la izquierda.
2. **Baja** el primer coeficiente tal cual.
3. **Multiplica** ese número por a y escribe el resultado debajo del siguiente coeficiente.
4. **Suma** la columna y repite: multiplica por a, coloca, suma… hasta el final.
5. El **último número es el resto**; los demás son los coeficientes del cociente, que tiene **un grado menos** que el dividendo.

EJEMPLO:

$(x^3 - 4x^2 + 5) : (x - 3)$. Completamos: $x^3 - 4x^2 + 0x + 5$, y $a = 3$.

	1	-4	0	5
3		3	-3	-9
	1	-1	-3	-4

- Bajamos el 1. $1 \cdot 3 = 3$; $-4 + 3 = -1$
- $-1 \cdot 3 = -3$; $0 + (-3) = -3$
- $-3 \cdot 3 = -9$; $5 + (-9) = -4$

$C(x) = x^2 - x - 3$, $R = -4$

PROCEDIMIENTO

Ejemplo con $(x + a)$

Cuando el divisor es una suma, el número de la izquierda es **negativo**. El resto de pasos es idéntico.

EJEMPLO:

$(2x^3 + 3x^2 - 5x + 6) : (x + 2)$, con $a = -2$:

	2	3	-5	6
-2		-4	2	6
	2	-1	-3	12

$C(x) = 2x^2 - x - 3$, $R = 12$

Teoremas del resto y del factor

TEOREMA

Teorema del resto

El **resto** de dividir $P(x)$ entre $(x-a)$ es igual al **valor numérico** $P(a)$. Así se conoce el resto **sin hacer la división**.
Demostración. Por la prueba de la división, $P(x) = (x-a)\cdot C(x) + R$ (el resto es un número, porque su grado es menor que 1). Sustituyendo $x = a$, el primer sumando se anula: $P(a) = 0 \cdot C(a) + R = R$.

$$\text{Resto de } P(x) : (x-a) = P(a)$$

EJEMPLO:

Resto de $(x^3 - 4x^2 + 5) : (x-3)$:
$P(3) = 3^3 - 4\cdot 3^2 + 5 = 27 - 36 + 5 = -4$, el mismo resto que obtuvimos con Ruffini.
Resto de $(x^{100} - 1) : (x+1)$: $P(-1) = (-1)^{100} - 1 = 1 - 1 = 0$. ¡Con Ruffini serían 101 coeficientes!

TEOREMA

Teorema del factor

Es una consecuencia directa del teorema del resto: $(x-a)$ es un **factor** de $P(x)$ (la división es exacta) si y solo si $P(a) = 0$, es decir, si a es una **raíz** del polinomio.

$$P(a) = 0 \iff P(x) = (x-a)\cdot C(x)$$

EJEMPLO:

$P(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 6$
$P(1) = 1 - 2 - 5 + 6 = 0$ → $(x-1)$ es factor de $P(x)$ y $x = 1$ es raíz.
$P(2) = 8 - 8 - 10 + 6 = -4 \neq 0$ → $(x-2)$ no es factor.

PROCEDIMIENTO

Calcular un parámetro

Si nos dicen que una división es exacta (o que tiene cierto resto), imponemos $P(a) =$ resto y resolvemos la ecuación que aparece.

EJEMPLO:

Halla k para que $P(x) = x^3 + kx^2 - 4$ sea divisible entre $(x - 2)$.
Divisible significa resto 0: $P(2) = 0$
$2^3 + k \cdot 2^2 - 4 = 0 \Rightarrow 8 + 4k - 4 = 0 \Rightarrow 4k = -4 \Rightarrow k = -1$

Factorización de polinomios

DEFINICIÓN

¿Qué es factorizar?

Factorizar un polinomio es escribirlo como **producto** de polinomios del menor grado posible, igual que $12 = 2^2 \cdot 3$. Cada raíz a aporta un factor $(x - a)$. Un polinomio de grado n tiene **como máximo** n **raíces**.
Un polinomio que no se puede descomponer más se llama **irreducible** (por ejemplo $x^2 + 1$, que no tiene raíces reales).

$$P(x) = a_n(x - x_1)(x - x_2)\cdots(x - x_n)$$

EJEMPLO:

$x^2 - 5x + 6 = (x - 2)(x - 3)$: las raíces son 2 y 3.

PROCEDIMIENTO

Sacar factor común e identidades notables

Antes de usar Ruffini, mira si puedes simplificar:

• **Factor común**: si todos los términos comparten un número o una potencia de x, sácalo. Si no hay término independiente, x siempre es factor común (y $x = 0$ es raíz).

• **Identidades notables**: reconoce $a^2 - b^2$, $a^2 + 2ab + b^2$ o $a^2 - 2ab + b^2$.

EJEMPLO:

- $2x^3 - 6x^2 = 2x^2(x - 3)$
- $x^2 - 9 = (x + 3)(x - 3)$
- $x^2 + 6x + 9 = (x + 3)^2$

PROPIEDAD

Raíces enteras con Ruffini

Si el polinomio tiene coeficientes enteros, sus **raíces enteras** son **divisores del término independiente**. Probamos esos divisores con Ruffini (o calculando $P(a)$): cuando el resto da 0, tenemos un factor $(x - a)$ y seguimos factorizando el cociente.

$$a \text{ raíz entera} \Rightarrow a \text{ divide al término independiente}$$

EJEMPLO:

$P(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 6$. Divisores de 6: $\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6$.

Probamos $a = 1$ y después $a = 3$ sobre el cociente:

	1	−2	−5	6
1		1	−1	−6
	1	−1	−6	0
3		3	6	
	1	2	0	

Restos 0 → $(x - 1)$ y $(x - 3)$ son factores y el último cociente es $x + 2$.

$P(x) = (x - 1)(x - 3)(x + 2)$

PROCEDIMIENTO

Cuando queda grado 2

Si después de Ruffini queda un polinomio de grado 2, es más rápido resolver la **ecuación de segundo grado** $ax^2+bx+c=0$. Si sus soluciones son x_1 y x_2, el polinomio se factoriza así (no olvides el coeficiente a delante). Si la ecuación no tiene solución real, el polinomio es irreducible.

$$ax^2+bx+c=a(x-x_1)(x-x_2)$$

EJEMPLO:

$2x^2-2x-12=0 \Rightarrow x=\dfrac{2\pm\sqrt{4+96}}{4}=\dfrac{2\pm 10}{4}\Rightarrow x_1=3,\ x_2=-2$
$2x^2-2x-12=2(x-3)(x+2)$

PROCEDIMIENTO

Método completo paso a paso

1. Saca **factor común** (números y potencias de x).
2. Comprueba si es una **identidad notable**.
3. Busca raíces entre los **divisores del término independiente** y divide con **Ruffini**; repite con cada cociente.
4. Cuando quede grado 2, usa la **ecuación de segundo grado**.
5. Escribe el resultado como producto de todos los factores.

EJEMPLO:

$P(x)=2x^4-2x^3-14x^2+2x+12$
1. Factor común: $P(x)=2(x^4-x^3-7x^2+x+6)$
2. Divisores de 6: $\pm1,\pm2,\pm3,\pm6$. Probamos 1 y -1:

	1	-1	-7	1	6
1		1	0	-7	-6
	1	0	-7	-6	0
-1		-1	1	6	
	1	-1	-6	0	

3. Queda $x^2-x-6=0\Rightarrow x=\dfrac{1\pm5}{2}\Rightarrow x=3,\ x=-2$
4. $P(x)=2(x-1)(x+1)(x-3)(x+2)$

TEMA 2

IDENTIDADES NOTABLES

Cuadrado de una suma, cuadrado de una diferencia, suma por diferencia y cubo de un binomio, con su uso para desarrollar, factorizar y simplificar expresiones algebraicas.

Identidades y productos notables

DEFINICIÓN

Identidad

Una **identidad** es una igualdad entre expresiones algebraicas que se cumple para **todos** los valores de las letras. Se distingue de una **ecuación**, que solo se cumple para algunos valores. Las **identidades notables** son identidades que aparecen continuamente al operar con polinomios y conviene saber de memoria, tanto de izquierda a derecha (**desarrollar**) como de derecha a izquierda (**factorizar**). En ellas a y b pueden ser números, letras o expresiones cualesquiera.

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ se cumple para todo a, b

EJEMPLO:

$(x+1)^2 = x^2 + 2x + 1$ es una identidad: con $x = 3$ da $16 = 16$, con $x = -5$ da $16 = 16$…
$x^2 + 2x + 1 = 0$ es una ecuación: solo se cumple para $x = -1$.

Binomios al cuadrado

PROPIEDAD

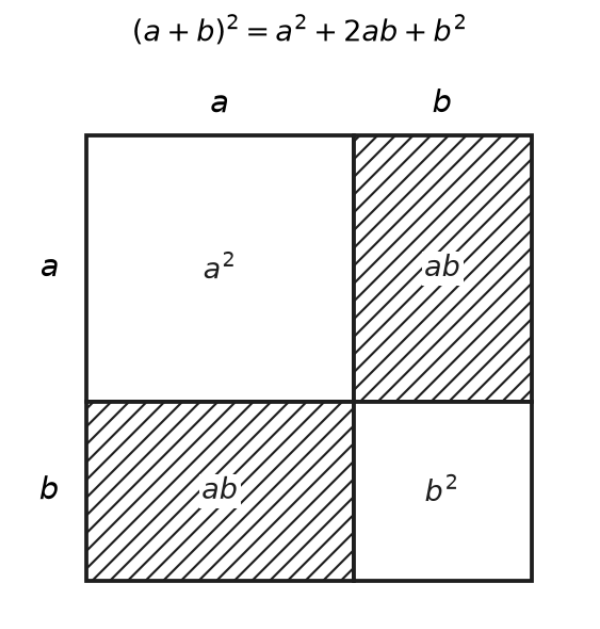
Cuadrado de una suma

El cuadrado de una suma es el cuadrado del primer término, más el doble producto del primero por el segundo, más el cuadrado del segundo.
Demostración: $(a+b)^2 = (a+b)(a+b) = a^2 + ab + ba + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$.

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

EJEMPLO:

$(x+3)^2 = x^2 + 2 \cdot x \cdot 3 + 3^2 = x^2 + 6x + 9$



PROPIEDAD

Cuadrado de una diferencia

El cuadrado de una diferencia es el cuadrado del primer término, menos el doble producto del primero por el segundo, más el cuadrado del segundo. *Demostración:* $(a-b)^2 = (a-b)(a-b) = a^2 - ab - ba + b^2 = a^2 - 2ab + b^2$.

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

EJEMPLO:

$$(2x-5)^2 = (2x)^2 - 2 \cdot 2x \cdot 5 + 5^2 = 4x^2 - 20x + 25$$

OBSERVACIÓN

Error frecuente

Al elevar al cuadrado una suma **no basta** con elevar cada término: falta el doble producto $2ab$.

$$(a+b)^2 \neq a^2 + b^2$$

EJEMPLO:

$$(3+4)^2 = 49 \qquad 3^2 + 4^2 = 25$$

Productos de binomios

PROPIEDAD

Suma por diferencia

El producto de una suma por su diferencia es igual a la diferencia de los cuadrados de ambos términos. Los dobles productos se anulan: $(a+b)(a-b) = a^2 - ab + ab - b^2$.

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

EJEMPLO:

$$(x+4)(x-4) = x^2 - 16$$

Cubo de un binomio

PROPIEDAD

Cubo de una suma

Se obtiene multiplicando $(a+b)^2$ por $(a+b)$: $(a^2+2ab+b^2)(a+b) = a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$.

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

EJEMPLO:

$$(x+2)^3 = x^3 + 3 \cdot x^2 \cdot 2 + 3 \cdot x \cdot 2^2 + 2^3 = x^3 + 6x^2 + 12x + 8$$

PROPIEDAD

Cubo de una diferencia

Los signos se van alternando: $+, -, +, -$.

$$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

EJEMPLO:

$$(x-1)^3 = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$$

Usar las identidades al revés: factorizar

PROPIEDAD

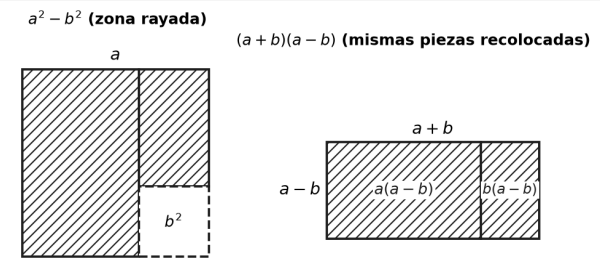
Diferencia de cuadrados

Es la identidad de la suma por diferencia leída al revés: si una expresión es la resta de dos cuadrados, se factoriza como suma por diferencia. La **suma** de cuadrados $a^2 + b^2$ no se puede factorizar en los reales.

$$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$$

EJEMPLO:

$x^2 - 49 = (x+7)(x-7)$ $\quad$ $4x^2 - 9 = (2x+3)(2x-3)$



PROPIEDAD

Trinomio cuadrado perfecto

Si dos términos son cuadrados (a^2 y b^2) y el tercero es su doble producto, la expresión es el cuadrado de un binomio. Hay que comprobar siempre el doble producto.

$$a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2$$

EJEMPLO:

$$x^2 + 10x + 25 = (x+5)^2, \text{ porque } 2 \cdot x \cdot 5 = 10x$$
$$9x^2 - 12x + 4 = (3x-2)^2, \text{ porque } 2 \cdot 3x \cdot 2 = 12x$$

PROCEDIMIENTO

Simplificar fracciones algebraicas

Una fracción algebraica es un cociente de polinomios. Factorizando el numerador y el denominador con las identidades notables aparecen factores comunes que se pueden simplificar (siempre que valgan distinto de 0).

$$\frac{a^2 - b^2}{a + b} = \frac{(a+b)(a-b)}{a+b} = a - b$$

EJEMPLO:

$$\frac{x^2 - 9}{x^2 + 6x + 9} = \frac{(x+3)(x-3)}{(x+3)^2} = \frac{x-3}{x+3}$$

RESUMEN

1. Álgebra

Monomios

Coeficiente por parte literal; su grado es la suma de los exponentes. Solo se suman los **semejantes** (misma parte literal).

$$ax^n \pm bx^n = (a \pm b)x^n \qquad ax^n \cdot bx^m = ab\,x^{n+m} \qquad \frac{ax^n}{bx^m} = \frac{a}{b}x^{n-m}$$

Ecuación de primer grado

Lo que suma pasa restando, lo que multiplica pasa dividiendo (y al revés).

$$ax + b = 0\ (a \neq 0) \Rightarrow x = -\frac{b}{a}$$

Polinomios

Grado: el mayor de sus términos. Valor numérico $P(a)$: sustituir x por a. Raíz: $P(a) = 0$.

División de polinomios

Se ordena y completa el dividendo con ceros. Para dividir entre $(x - a)$, Ruffini.

$$D(x) = d(x) \cdot C(x) + R(x) \qquad \text{grado } R < \text{grado } d$$

Teoremas del resto y del factor

$$\text{resto de } P(x) : (x - a) = P(a) \qquad P(a) = 0 \iff (x - a) \text{ es factor de } P(x)$$

Factorizar

1. Factor común. 2. Identidades notables. 3. Ruffini con los divisores del término independiente. 4. Si queda grado 2, la fórmula de la ecuación de segundo grado.

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$$

2. Identidades notables

Cuadrado de una suma y de una diferencia

Error frecuente: $(a + b)^2 \neq a^2 + b^2$.

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \qquad (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

Suma por diferencia

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

Cubo de un binomio

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 \qquad (a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

Al revés: factorizar

Sirve para simplificar fracciones algebraicas.

$$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b) \qquad a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2$$

ÍNDICE DE CONCEPTOS

D

División exacta DEFINICIÓN 10

E

Ecuación DEFINICIÓN 4
Ecuaciones equivalentes DEFINICIÓN 5
Elementos de la división DEFINICIÓN 9
Expresión algebraica DEFINICIÓN 3

F

¿Qué es factorizar? DEFINICIÓN 14

G

Grado de un monomio DEFINICIÓN 4
Grado de un polinomio DEFINICIÓN 6

I

Identidad DEFINICIÓN 17

M

Monomio DEFINICIÓN 3
Monomios semejantes DEFINICIÓN 4

P

Polinomio DEFINICIÓN 6
Polinomio ordenado y completo DEFINICIÓN 7

R

Raíz de un polinomio DEFINICIÓN 7
Regla de Ruffini DEFINICIÓN 11

T

Teorema del factor TEOREMA 13
Teorema del resto TEOREMA 13
Término independiente DEFINICIÓN 6

V

Valor numérico: $P(a)$ DEFINICIÓN 7